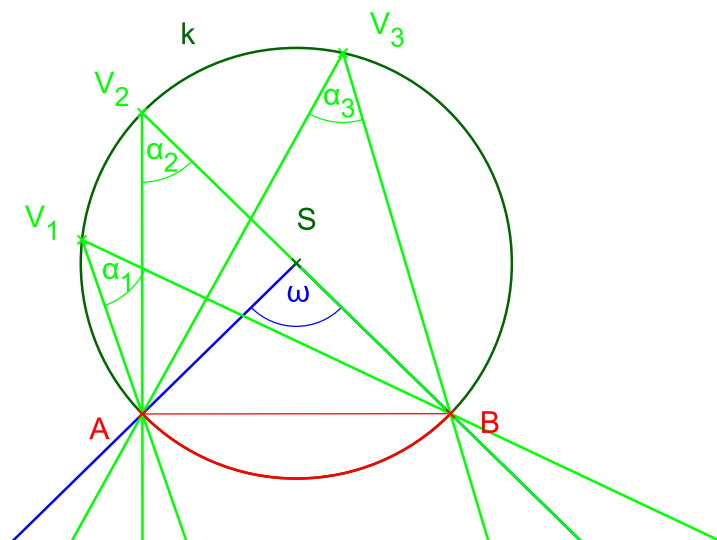


Stredový a obvodový uhol



Dva rôzne body na kružnici rozdelia kružnicu na dva kružnicové oblúky. Jeden je dlhší a druhý kratší (výnimka, ak spojnica bodov je priemerom kružnice). Takisto spojením týchto bodov vznikne tetiva kružnice.

D. Stredový uhol (ω) prislúchajúci k oblúku AB (k tetivy AB) je uhol, ktorý má vrchol v strede kružnice, ramená prechádzajú krajnými bodmi oblúku a oblúk leží vo vnútri uhla.

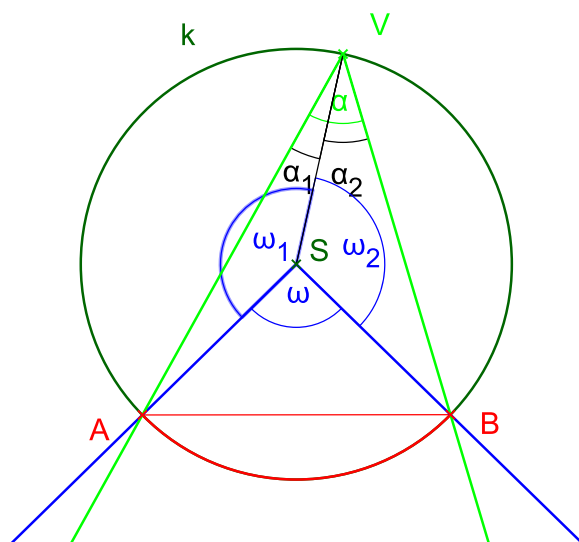
D. Obvodové uhly (α_1 ; α_2 ; α_3 ; ...) prislúchajúce k oblúku AB sú uhly, ktoré majú vrcholy na opačnom (doplnkovom) oblúku, ramená prechádzajú krajnými bodmi oblúku a oblúk leží vo vnútri uhla.

V. Všetky obvodové uhly prislúchajúce k oblúku AB sú zhodné: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \dots = \alpha$

V. Stredový uhol je dvojnásobok obvodových uhlov prislúchajúcich k oblúku AB.

Dô.

1. prípad



$\triangle VAS$ je rovnoramenný ($|VS| = |AS|$) $\Rightarrow \sphericalangle VAS = \alpha_1$

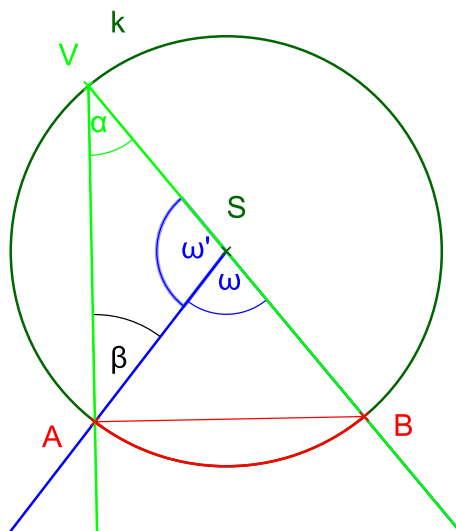
$\triangle BVS$ je rovnoramenný ($|VS| = |BS|$) $\Rightarrow \sphericalangle VBS = \alpha_2$

súčet vnútorných uhlov trojuholníka je $180^\circ \Rightarrow \omega_1 = 180^\circ - 2\alpha_1$
 $\omega_2 = 180^\circ - 2\alpha_2$

a súčet stredových uhlov je plný uhol:

$$\begin{aligned} \omega + \omega_1 + \omega_2 &= 360^\circ \\ \omega + 180^\circ - 2\alpha_1 + 180^\circ - 2\alpha_2 &= 360^\circ & /-360^\circ \\ \omega - 2\alpha_1 - 2\alpha_2 &= 0 & /+ 2\alpha_1 + 2\alpha_2 \\ \omega &= 2\alpha_1 + 2\alpha_2 \\ \omega &= 2(\alpha_1 + \alpha_2) \\ \omega &= 2\alpha \end{aligned}$$

2. prípad



$\triangle VAS$ je rovnoramenný ($|VS| = |AS|$) $\Rightarrow \beta = \alpha$

súčet uhlov ω a ω' je priamy uhol

$$\omega + \omega' = 180^\circ$$

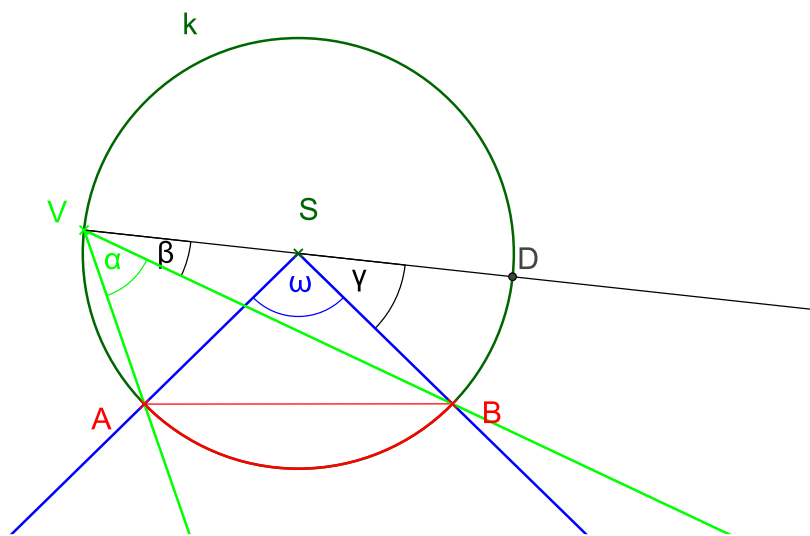
$$\omega' + 2\alpha = 180^\circ$$

môžeme písať rovnosť ľavých strán

$$\omega + \omega' = \omega' + 2\alpha \quad /-\omega'$$

$$\omega = 2\alpha$$

3. prípad



podľa 2. prípadu stredový (γ) a obvodový uhol (β) prislúchajúci k oblúku BD sú v pomere 2 : 1

$$\gamma = 2\beta$$

podobne stredový ($\omega + \gamma$) a obvodový uhol ($\alpha + \beta$) prislúchajúci k oblúku AD sú v pomere 2 : 1

$$\omega + \gamma = 2(\alpha + \beta)$$

zlúčením rovníc dostaneme rovnicu

$$\omega + 2\beta = 2(\alpha + \beta)$$

$$\omega + 2\beta = 2\alpha + 2\beta \quad /-2\beta$$

$$\omega = 2\alpha$$

týmto sme dokázali všetky tri prípady

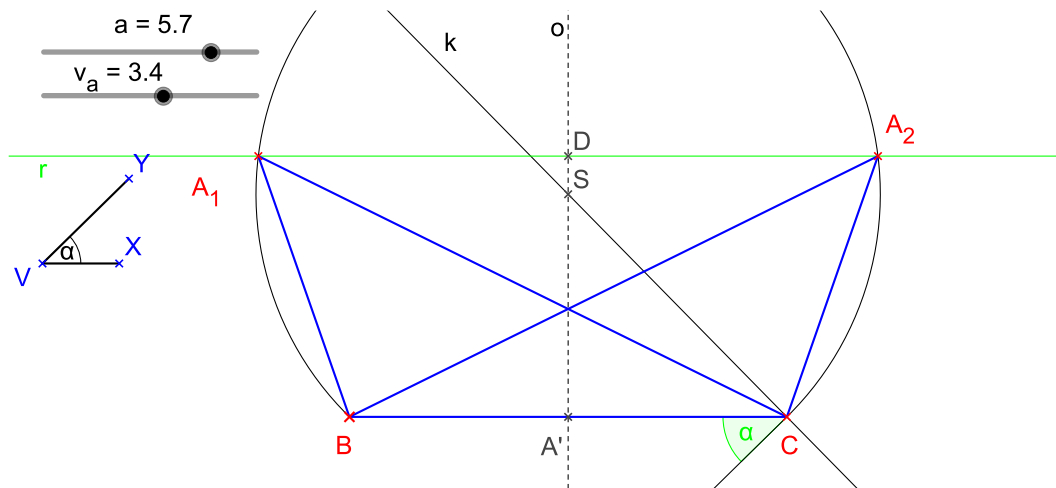
V. (Thalesova) Ak AB je priemer kružnice, potom ľubovoľný iný bod C kružnice keď spojíme bodmi A a B, spojnice zvierajú pravý uhol (vznikne pravouhlý trojuholník ABC).

P. Thalesova veta je špeciálnym prípadom vety o stredovom a obvodovom uhle.

V. Body, z ktorých sa javí nejaká úsečka pod daným uhlom, ležia na kružnicovom oblúku (obvodové uhly).

príklad:

Zostrojte trojuholník, ak sú dané: a , v_a , α .



začínáme stranou a (BC)

pokračujeme rovnobežnou priamkou r vo vzdialenosti v_a

potom hľadáme stred kružnicového oblúka

určite leží na osi strany a (O), lebo BC je tetiva kružnice a kolmica zo stredu kružnice ju rozpolňuje
ak $\sphericalangle CSB$ (stredový uhol) je dvojnásobok, potom $\sphericalangle CSA'$ je polovica $\rightarrow$ presne α

zo súčtu vnútorných uhlov dostaneme, že $\sphericalangle A'CS = 90^\circ - \alpha$

ak nanesieme uhol α pod stranu a v bode C a následne na to urobíme kolmicu (k) $\rightarrow$ potom dostaneme uhol $90^\circ - \alpha$ (grafický rozdiel)

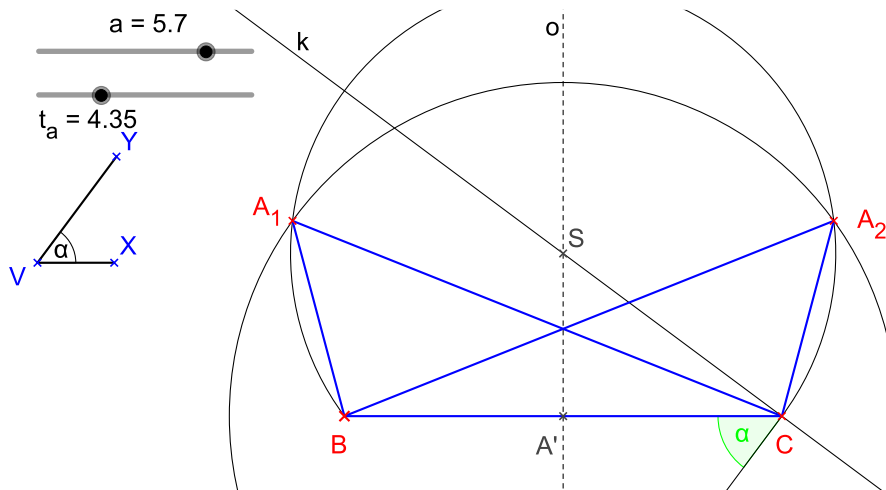
teraz už S (stred kružnicového oblúka) dostaneme ako priesečník kolmice (k) a osi (O)

nakreslíme kružnicový oblúk so stredom v S a polomerom $r = |SB|$

chýbajúci vrchol A vznikne ako priesečník kružnice a rovnobežnej priamky (r)

P. Príklad má dve symetrické riešenia.

Zostrojte trojuholník, ak sú dané: a , t_a , α .



riešenie je podobné, len miesto rovnobežnej priamky vo vzdialenosti v_a potrebujeme kružnicu so stredom v A' a polomerom t_a

hľadané vrcholy tu vzniknú ako spoločné body kružníc